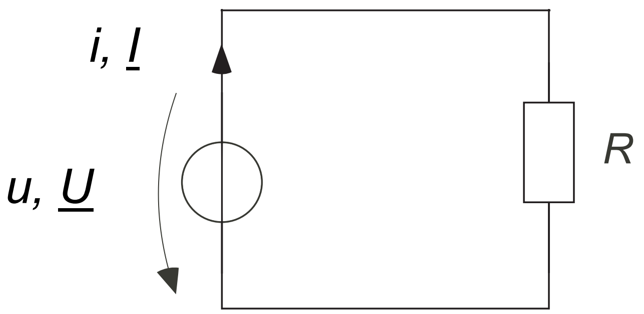
§ 7.5.3 Déphasage – Exercice

Valeurs numériques : $u(t) = \sqrt{2}\,100\cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{4}\right)$; $\omega = 2\pi \cdot 50$; $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$; $C = 5\ \mathrm{\mu F}$.

<u>Partie 1 :</u>

Soit le circuit suivant :



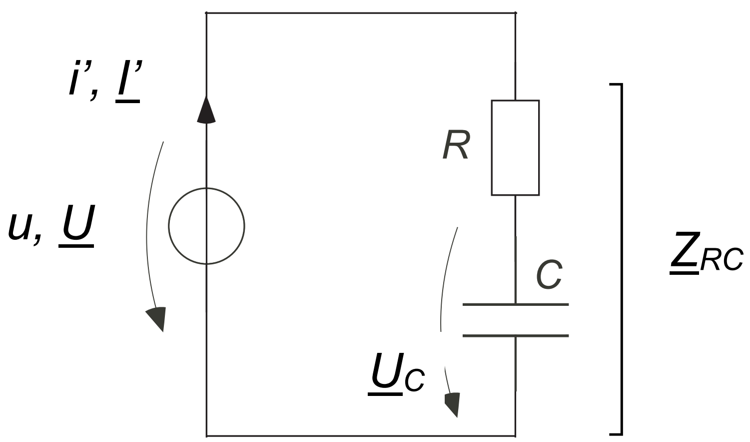
1.1) Trouver l'expression de $\underline{U}$, le phaseur efficace de *u.*

1.2) Calculer le phaseur $\underline{I}$ dans le plan complexe, puis déduisez-en l'expression du courant instantané, en fonction du temps *i(t)*.

1.3) Dessiner les phaseurs $\underline{U}$ et $\underline{I}$ sur un même plan complexe (diagramme de Fresnel).

2. <u>Partie 2:</u>

On rajoute une capacité en série au circuit d'auparavant :



2.1) Donner les expressions des impédances de la résistance et de la capacité, soit $\underline{Z}_R$ et $\underline{Z}_C$ respectivement. Puis les tracer sur un nouveau plan complexe.
2.2) Donner l'expression de $\underline{Z}_{RC}$ sous forme cartésienne puis sous forme polaire, puis les tracer sur le même plan que 2.1).
2.3) Trouver le phaseur $\underline{I}'$ (utiliser les formes polaires pour trouver le résultat facilement), puis en déduire la forme réelle instantanée *i'(t).*
2.4) Trouver la chute de tension aux bornes de la capacité $\underline{U}_C$.
2.5) Dessiner les phaseurs $\underline{U}$, $\underline{U}_C$ et $\underline{I}'$ sur un même plan complexe.

Partie 3 :

Servez-vous du fichier *dephasage.txt* fourni sur Moodle afin de simuler le circuit de la partie 2 de l'exercice. Faites varier les valeurs de *R* et de *C* et observer les changements sur les sondes d'oscilloscope afin de voir leur impact sur le courant, les tensions et le déphasage.

Remarque : lorsque vous changez la valeur des composants sur le simulateur, pressez sur reset avant d'analyser l'affichage affiché sur l'oscilloscope. Nous faisons ainsi car nous ne voulons pas analyser la phase dite transitoire du signal dans ce cours pour le moment.

•

Déphasage – Corrigé

Partie 1 :

1.1) On part de l'expression $u(t) = \sqrt{2} \cdot 100 \cdot \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{4}\right)$ où l'on peut repérer tout de suite la valeur de crête $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot 100$ et le déphasage $\phi_u = \frac{3\pi}{4}$ qui sont les deux informations nécessaires pour l'écriture d'un phaseur. Attention, il ne faut pas oublier de convertir la valeur de crête en valeur efficace avec la relation simple $U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} = 100\ \mathrm{V}$.
Nous pouvons ensuite directement écrire :

$$\underline{U} = U\, e^{j\phi_u} \qquad \text{Application num. : } \underline{U} = 100\, e^{j\frac{3\pi}{4}}\ \mathrm{V}$$

Notons que le phaseur efficace contient donc les même informations qu'une valeur instantanée mis-à-part l'information de la fréquence/pulsation (qui est occultée).

1.2) L'utilité des phaseurs est que l'on peut en général les utiliser avec les mêmes relations dont nous avons l'habitude en DC, avec les impédances qui remplacent les résistances et les nombres complexes qui remplacent les nombres réels.
Donc ici, pour calculer le courant, nous pouvons simplement poser :

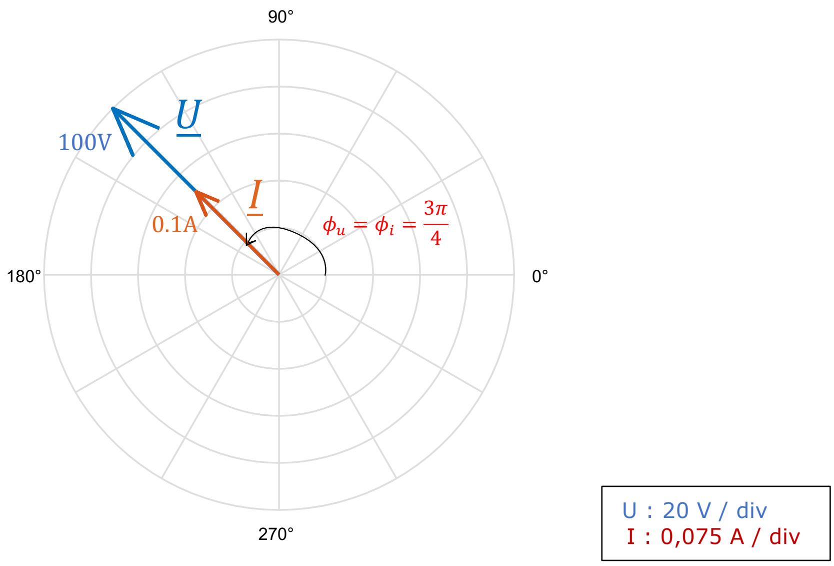
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z_R}} = \frac{\underline{U}}{R} = I\, e^{j\phi_i} \qquad \text{Application num. : } \underline{I} = \frac{100}{1000} e^{j\frac{3\pi}{4}} = 0{,}1\, e^{j\frac{3\pi}{4}}\ \mathrm{A}$$

Afin de trouver $i(t)$ à partir de $\underline{I}$, nous effectuons la démarche inverse à celle faite en 1.1), c.-à-d. :
On repère par identification dans l'écriture du phaseur que $\phi_i = \frac{3\pi}{4}$ et $I = 0{,}1\ \mathrm{A}$.
En gardant en tête que $\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I$, on peut donc trouver :

$$i(t) = \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \phi_i) = \sqrt{2} \cdot 0{,}1 \cdot \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{4}\right)\ \mathrm{A}$$

Remarque : l'information de la pulsation ne se trouvait pas dans le phaseur, on doit la rajouter nous-même (on sait que dans un circuit avec des sources sinusoïdales à fréquence identiques, la fréquence de toutes les autres grandeurs du circuit sera la même).

1.3) Comme il n'y a qu'une résistance dans le circuit, il n'y a pas de déphasage entre la tension et le courant.



Partie 2 :

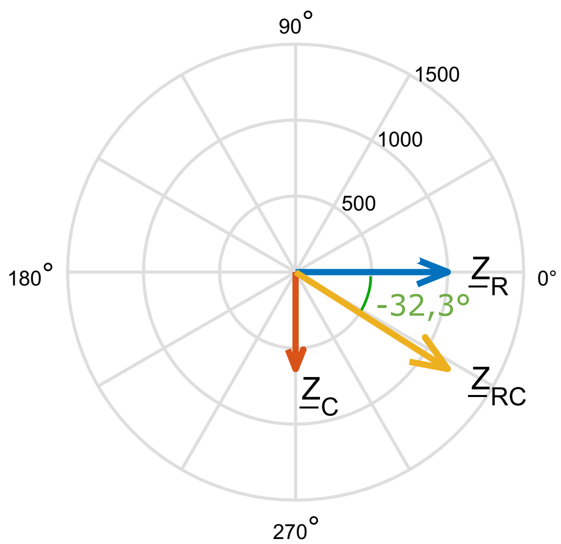
2.1) À partir du cours, nous savons que :

- $\underline{Z}_R = R$ Application num. : $|\underline{Z}_R| = 1\ \text{k}\Omega$; Arg $(\underline{Z}_R) = 0$
- $\underline{Z}_C = -\frac{1}{\omega C} j$ $|\underline{Z}_C| \cong 637\ \Omega$; Arg $(\underline{Z}_C) = -\frac{\pi}{2}$

2.2) Les deux impédances étant en série, on a :

$$\underline{Z}_{RC} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_C = R - \frac{1}{\omega C} j = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot e^{-j \cdot \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)}$$

Appl. num. : $\underline{Z}_{RC} = 1000 - 637j\ \Omega$; $|\underline{Z}_{RC}| \cong 1185\ \Omega$; $\text{Arg}(\underline{Z}_{RC}) \cong -0{,}566 \cong -32{,}3°$



2.3) De manière similaire qu'en 1.2), nous pouvons trouver la réponse comme il suit :

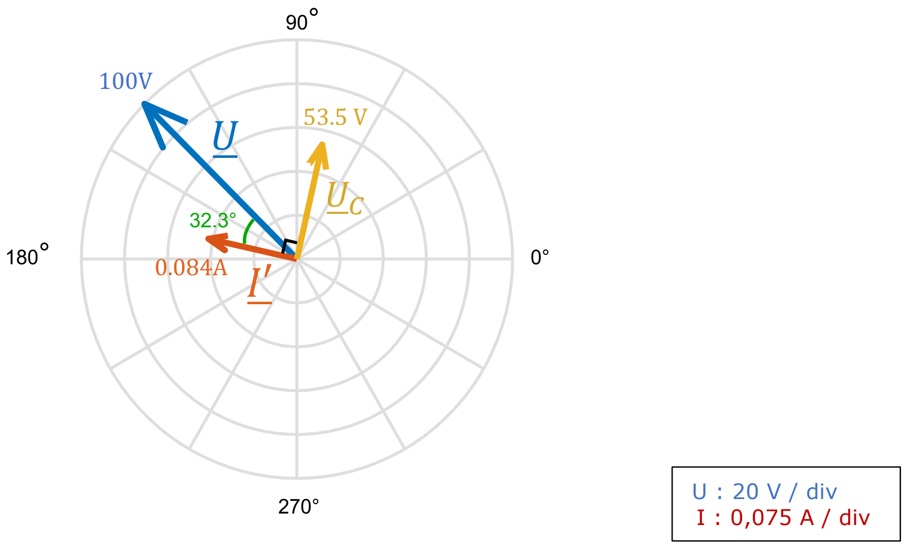
$\underline{I'} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{RC}} = I' e^{j\phi_{i'}}$ Appl. num. : $\underline{I'} = \frac{100\, e^{j\frac{3\pi}{4}}}{1185\, e^{-0.566j}} = \frac{100}{1185} e^{j(\frac{3\pi}{4}+0{,}566)} = 0{,}084\, e^{2{,}92j}\ \mathrm{A}$

$$i'(t) = \widehat{I'} \cdot \cos(\omega t + \phi_{i'}) = \sqrt{2} \cdot 0{,}084 \cdot \cos(\omega t + 2{,}92)\ \mathrm{A}$$

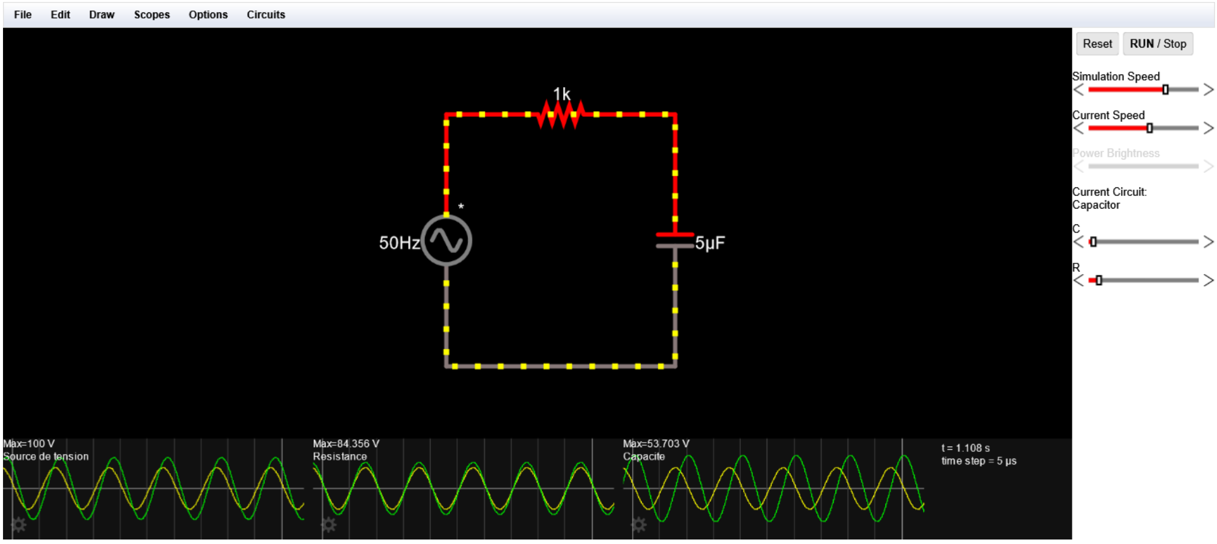
2.4) Comme le courant vient d'être calculé, la chute de tension sur la capacité peut être calculée facilement avec la loi d'Ohm :

$\underline{U}_C = \underline{I'} \cdot \underline{Z}_C$ Application num. : $\underline{U}_C = 0{,}084\, e^{2{,}92j} \cdot 637\, e^{-j\frac{\pi}{2}} = 53{,}5\, e^{1{,}35j}\ \mathrm{V}$

2.5) Notons que le déphasage entre $\underline{U}$ et $\underline{I'}$ correspond à l'argument de $\underline{Z}_{RC}$:
Cela découle de la définition de l'impédance qui est le rapport entre la tension et le courant. On retient donc que l'argument d'une impédance correspondra toujours au déphasage entre le courant et la tension par rapport aux quelles elle est définie. Une autre illustration de ce concept peut être vue avec l'impédance $\underline{Z}_C$ dont l'argument vaut -90° : Comme $\underline{Z}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{I'}}$, on a bien un angle de 90° entre les phaseurs $\underline{I'}$ et $\underline{U}_C$.



Partie 3 :



Les sondes permettent de voir la tension et le courant sur chacun des éléments, nous pouvons constater que :

- Peu importe la valeur de la résistance, le courant et la tension à ses bornes seront toujours en phase.
- Peu importe la valeur de la capacité, il y aura toujours un déphasage de $-\frac{\pi}{2}$ entre le courant et la tension à ses bornes.
- Le déphasage au niveau de la source de tension dépend des valeurs relatives de la résistance et la capacité entre-elles, on peut expliquer cela en visualisant le phaseur $\underline{Z}_{RC}$ (voir 2.2) : R influence sa composante réelle, C influence sa composante imaginaire, et l'adition des deux composantes donnera l'argument du phaseur qui correspondra à la valeur du déphasage.